

p.134 類題 27

B, C, D の温度を T_B [K], T_C [K], T_D [K] とし、
A と B, A と C, A と D のそれぞれでボイル・シャルルの法則「 $\frac{pV}{T} = \text{一定}$ 」(式 106)を用いると、それぞれ、

$$\frac{p \times V}{T} = \frac{3p \times V}{T_B} \quad \frac{p \times V}{T} = \frac{3p \times 3V}{T_C}$$

$$\frac{p \times V}{T} = \frac{p \times 3V}{T_D}$$

これから、

$$T_B = 3T \text{ [K]}, \quad T_C = 9T \text{ [K]}, \quad T_D = 3T \text{ [K]}$$

A→B, C→D は定積変化であり、「 $Q = nC_V \Delta T$ 」を用いる。B→C, D→A は定圧変化であり、「 $Q = nC_p \Delta T$ 」を用いる。

単原子分子では、 $C_V = \frac{3}{2}R$, $C_p = \frac{5}{2}R$ なので、

$$Q_{AB} = n \times \frac{3}{2}R \times (3T - T) = 3nRT \text{ [J]}$$

$$Q_{BC} = n \times \frac{5}{2}R \times (9T - 3T) = 15nRT \text{ [J]}$$

$$Q_{CD} = n \times \frac{3}{2}R \times (3T - 9T) = -9nRT \text{ [J]}$$

$$Q_{DA} = n \times \frac{5}{2}R \times (T - 3T) = -5nRT \text{ [J]}$$

A→B, C→D は定積変化であり、気体は仕事をしない。B→C, D→A は定圧変化であり、「 $W' = p\Delta V$ 」を用いる。

$$W_{BC}' = 3p \times (3V - V) = 6pV = 6nRT \text{ [J]}$$

$$W_{DA}' = p \times (V - 3V) = -2pV \\ = -2nRT \text{ [J]}$$

よって、気体が吸収した熱量の合計 Q_1 , 外部にした仕事 W' は、それぞれ、

$$Q_1 = Q_{AB} + Q_{BC} = 18nRT \text{ [J]}$$

$$W' = 4nRT \text{ [J]}$$

熱効率の式「 $e = \frac{W'}{Q_1}$ 」から、熱効率 e は、

$$e = \frac{4nRT}{18nRT} = \frac{2}{9}$$